

※ 1-トのとり方

- ① 計算は原則として一式一行(一行に12-ルを二つ以上書かない)で、一行おきに書く。
- ② まちがた所は消さずに赤で訂正し、横にまちがた理由を横に書いておく。

※ 文章題のコツ

- ① 「等しいもの」を探ること
- ② ~~由~~ 題文に出てくる数字・関係は必ず全部使う

※ 計算のコツ

- ① 「大きな分数」を作り、かた置は後でやる。

例10

$$12 \times 35 \div 6$$

$$= \frac{12^2 \times 35}{6} = 70$$

$$\times 12 \times 35 \times 6$$

$$= 4200 \div 6 = 70$$

- ② 「カッコ」の使い方に注意

例11 $-(a-b) = -a+b$, $\frac{a+b}{2} \times 3 = (a+b) \times 3$ など (訂正)

※ 式の作り方

① 簡単な数字を入ってみる

例 1 x 冊のみが 104 と y 冊のみが 204 の本が 104

\Rightarrow 50 冊のみが 104 と 30 冊のみが 204 の場合を考える

$$50 \times 10 + 30 \times 20 = 1700 \text{円}$$

$\Rightarrow 50 \rightarrow x, 30 \rightarrow y$ にもとの

$$\underline{\underline{10x + 20y}}$$

② 公式を使う

[$\frac{\text{高}}{\text{底}}$, $\frac{\text{部}}{\text{全部}}$ (割合), $\text{底辺} \times \text{高さ} \div 2 = \text{面積}$]

例 高さ 5 , 面積 10 の三角形の底辺の長さ

$$\text{底} \times \text{高} \div 2 = \text{面積}$$

$$x \times 5 \div 2 = 10$$

$$5x \div 2 = 10 \quad (\text{両辺に} \times 2)$$

$$5x = 20 \quad (\text{両辺に} \div 5 \text{ 又は } \times \frac{1}{5})$$

$$x = \underline{\underline{4}}$$

阿部

③ 比を使う

例 300g で 100 cm³ の液体 50g は 何 cm³?

$$300 : 100 \leftarrow \text{わかっている}$$

$$\begin{array}{l} \times \\ 50 : x \end{array} \leftarrow \begin{array}{l} x \text{ とし } \text{わかっている} \\ \text{かけ算} \end{array}$$

$$5000 = 300x$$

$$x = \frac{5000}{300} = \frac{50}{3}$$

$$\overbrace{300 : 100}^{\times} = \overbrace{50 : x}^{\downarrow}$$

$$300x = 5000$$

以下同じ

グラフと言計算①

- a) 直線は1次方程式「 $y = ax + b$ 」で表せる
このとき a を「傾き」、 b を「 y 切片」という
- b) ある直線 $y = ax + b$ が点 (p, q) を通る
 $\Rightarrow x$ に p , y に q をそれぞれ代入
- c) グラフが平行 \Leftrightarrow 傾きが等しい
- d) 平行移動 \Rightarrow 傾きは変えずに切片だけ変える
- e) 直線 l と 直線 m の交点 $\Rightarrow l$ の式と m の式を連立方程式にする

※ 連立方程式とは、「解が同じ」2つ以上の方程式のことをいう。

平面図形 ①

- ① 平行・角度が等しい \rightarrow 何がわかる。
- ② 二等辺三角形・正三角形・直角三角形 \rightarrow
何がわかることはなにか？
- ③ 答えを出すためには何がわかればいいのか
↓
どういう操作をすればそれがわかるか
ということを考える。
- ④ どんな問題でも必ず「自分の知っている形に変
形できる」はかたと考える

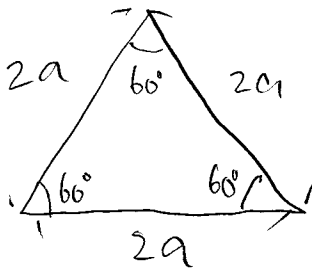
空間図形

- ① 切り口を平面図形に見立てる

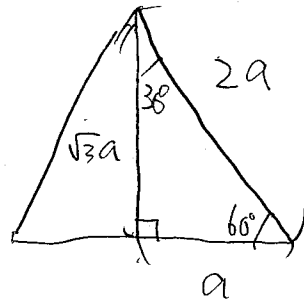
図形の基礎 ①

a) 三角形：内角の和 = 180°

① 正三角形



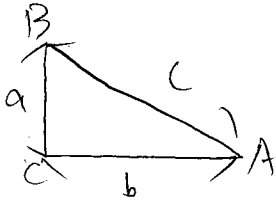
- 三辺の長さが等しい
- 三角すべて 60°



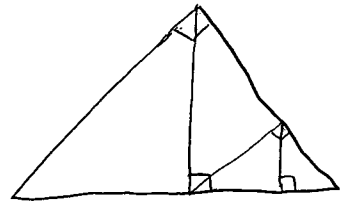
- ある頂点から垂線を下ろすと、「60-30の直角三角形」になる。

↓
一辺が $2a \iff$ 面積 $\sqrt{3}a^2$

② 直角三角形



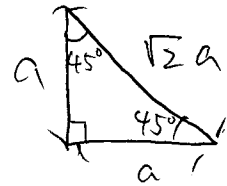
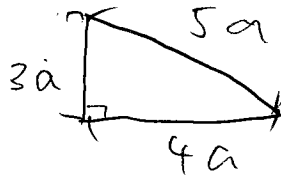
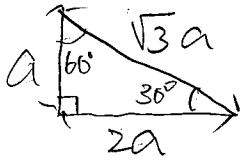
- $a^2 + b^2 = c^2$ (三平方)
- c を斜辺、という
- {直角でない二つの角} の二辺の比
 \hookrightarrow 比が等しい場合は相似



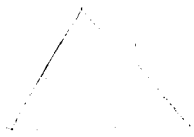
- 直角でない頂点から垂線を下ろすと、相似な三角形を無限に作る

直角

* 覚えておくべき三角形



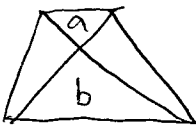
③ 二等辺三角形



- 垂線は、2つ合同な2つの直角三角形に分けられる
- Mは中点

b) 四角形

① 台形 : 一組の辺が平行



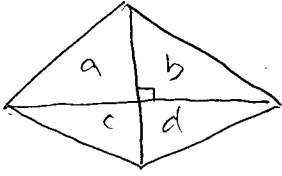
• aとbが相似

② 平行四辺形 : もう一組の辺も平行な台形

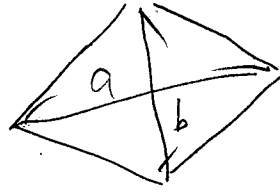


• aとbが合同

③ ㊦形：四辺の長さが等しい平行四辺形



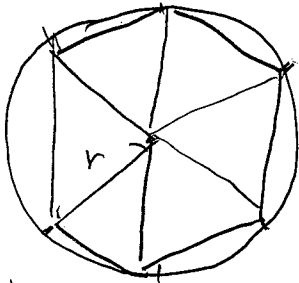
- ・対角線が直交する
- ・ a, b, c, d が合同



・面積 = $\frac{ab}{2}$

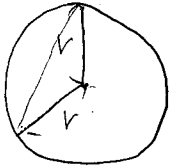
c) 六角形

① 正六角形

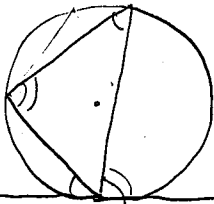


- ・六つの正三角形に分けられ、一辺の長さが内接円の半径に等しい

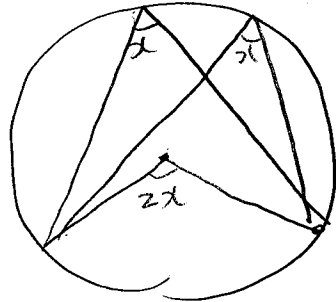
d) 円



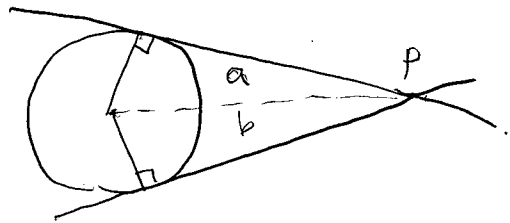
- 半径は全て長さが等しい
- ↓
- 二等辺三角形が下がる



接弦定理

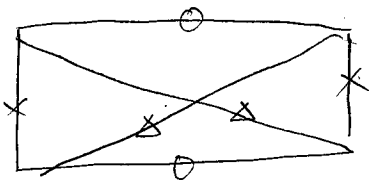


- 円周角は等しい
- 中心角 = 円周角 $\times 2$
- * AB の円周角が $90^\circ \iff$ AB は直径 \iff 中心角 180°



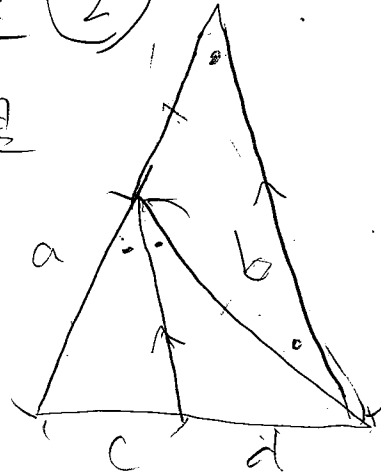
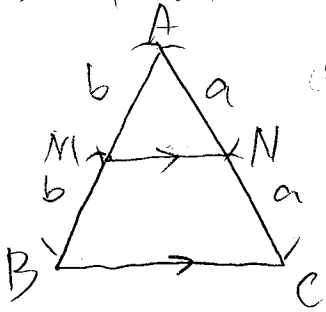
- ある接点において接線と半径は直交する
- ある一点からは二本の接線が引け、a と b は合同

* 対角線の長さが等しい (平行四辺形、点対称) \Rightarrow 長方形



④ 三角形の基礎 ②

ア) 三角形に関する定理



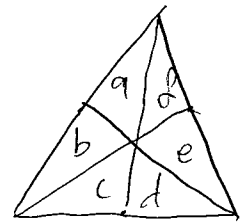
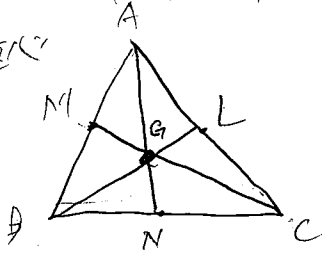
$a:b = c:d$

M, NがAB, ACの中点

$\triangle AMN \sim \triangle ABC$ 相似
 比は 1:2 から $MN \parallel BC$

イ) 三角形の中心

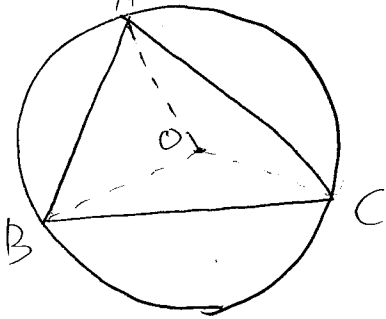
① 重心



- M, N, LはAB, BC, CAの中点,
- 中線は互いに他を2:1に分ける

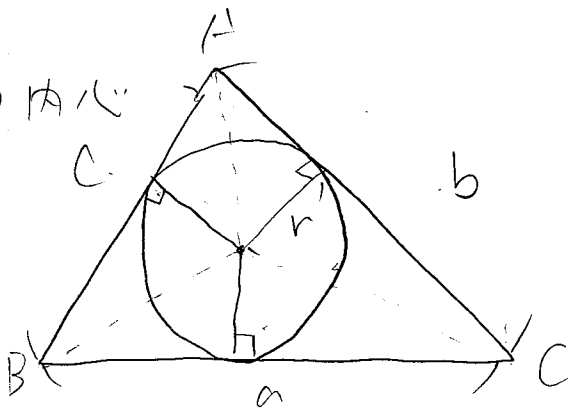
a, b, c, d, e, f
 は面積が等しい

② 外心



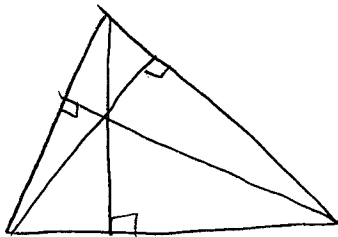
- ・二等辺三角形のつくり分けられる
- ・円の内接円の性質を参照

③ 内心



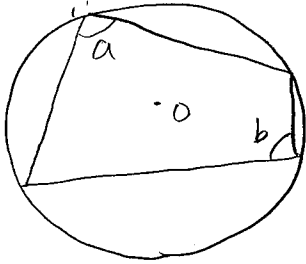
- ・三組の合同な直角三角形に分けられる
- ・ $\Delta ABC = \frac{(a+b+c)r}{2}$

④ 垂心



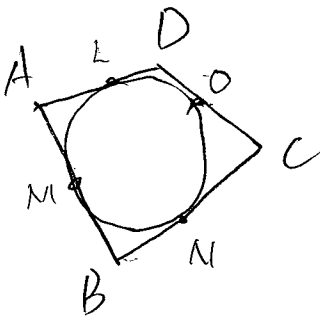
- ・直角三角形の外心と一致できる

c) 円に内接する四角形



$$a + b = 2R$$

d) 円に外接する四角形



$$AL = AM$$

$$BM = BN$$

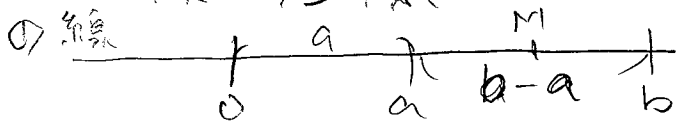
$$CN = CO$$

$$DO = DL \text{ (よって)}$$

$$AB + CD = BC + AD$$

平面図形

a) 中点の座標

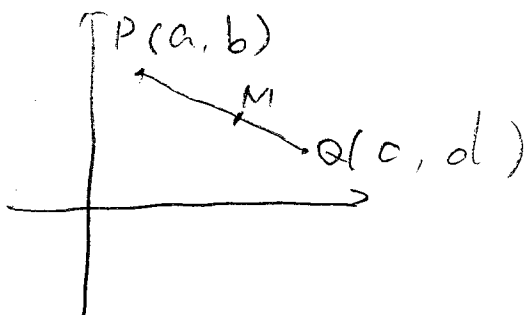


$$M = a + \left(\frac{b-a}{2}\right) = \frac{a+b}{2}$$

又は

$$M = b - \left(\frac{b-a}{2}\right) = \frac{a+b}{2}$$

② 平面



$$M \left(\frac{a+c}{2}, \frac{b+d}{2} \right)$$

b) 長さ(の比)を求めよ

① 平行線に比を使う

② 相似を使う

③ 三平方を使う

④ 面積・体積を使う

c) 面積の比を求めよ.

① 相似比の2乗を利用

② 底辺が a 倍, 高さが b 倍 \Rightarrow 面積は ab 倍

③ 複数の図形の面積を組み合わせる.

d) その他

◎ 表面積 = 上底面積 + 下底面積 + 側面積
又は展開図.

◎ 面積 = 長さ \times 長さ (平方)

◎ 体積 = 長さ \times 長さ \times 長さ = 面積 \times 長さ (立方)

◎ 球の体積 = $\frac{4\pi r^3}{3}$
面積 = $4\pi r^2$

因式分解

① 公式

$$a) \quad a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

\uparrow \uparrow \uparrow
 2乗 係数 2乗

例 $4s^2 + 12st + 9t^2 = (2s + 3t)^2$

\uparrow \uparrow \uparrow
 $(2s)^2$ $2 \times (2s) \times (3t)$ $(3t)^2$

$$b) \quad a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$\uparrow \uparrow$

~~2乗~~ - ~~2乗~~

例 $16p^2 - 25q^2 = (4p + 5q)(4p - 5q)$

$\uparrow \uparrow$
 $(4p)^2 - (5q)^2$

$$c) \quad x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$$

\uparrow \uparrow
 和 積

例 $x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$

\uparrow \uparrow
 2+3 2×3

② 公式 C の用法

a) $x^2 + Px + Q$ 又は $x^2 - Px + Q$ のとき

- i) かけた Q に なる数 を すべて 書く
- ii) そのうち 足して P に なるもの を えらぶ。
- iii) 符号を考える

$$\begin{aligned} \text{例} \quad x^2 - 7x + 12 \\ = (x-3)(x-4) \end{aligned}$$

$$12 = 1 \times 12, 2 \times 6, 3 \times 4$$

b) $x^2 + Px - Q$ 又は $x^2 - Px - Q$ のとき

- i) かけた Q に なる数 を すべて 書く
- ii) そのうち 引いて P に なるもの を えらぶ。
- iii) 符号を考える

$$\begin{aligned} \text{例} \quad x^2 - 3x - 10 \\ = (x+2)(x-5) \end{aligned}$$

$$10 = 1 \times 10, 2 \times 5$$

↑
二つがマイナス

③ 実際の解法

- i) 共通因数をくくる
- ii) 公式を使う
- iii) だめだったら低次の文字に注目 \Rightarrow 共通因数が現れてくるはず
- iv) 2次以上の数が残っているときは、それ以上因数分解できないかどうかが確かめる

④ 解の公式等の利用

* $f(x) = 0$ の解の一つが a ならば, $f(x)$ は $(x-a)$ を因数にもつ

$$\begin{aligned} \text{例1, } & x^2 + 7x + 12 \\ & = \{x - (-4)\} \{x - (-3)\} \\ & = (x+4)(x+3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & x^2 + 7x + 12 = 0 \text{ とすると} \\ & x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 48}}{2} \\ & = \frac{-7 \pm 1}{2} \\ & = \boxed{-4, -3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{例2 } & x^2 - 2x - 2 \\ & = \{x - (1 + \sqrt{3})\} \{x - (1 - \sqrt{3})\} \\ & = (x - 1 - \sqrt{3})(x - 1 + \sqrt{3}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & x^2 - 2x - 2 = 0 \text{ とすると} \\ & x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 8}}{2} \\ & = \frac{2 \pm \sqrt{12}}{2} \\ & = \frac{2 \pm 2\sqrt{3}}{2} = \boxed{1 \pm \sqrt{3}} \end{aligned}$$

★ ⑤ たすきかけ

i) $ax^2 + bx + c$ についで、かいた a に つくる
数と かいた c に つくる 数を すべて 求めよ

ii) $a = kl$, $c = mn$ としたとき、 $kn + lm = b$ と
つくるよき k, l, m, n を探せ。

iii) $ax^2 + bx + c = (kx + m)(lx + n)$

$$* (kx + m)(lx + n) = \underbrace{(k \cdot l)}_a x^2 + \underbrace{(kn + lm)}_b x + \underbrace{mn}_c$$

例 $2x^2 + 9x + 10$

$2 = 1 \times 2$, $10 = 1 \times 10, 2 \times 5$

$$\begin{array}{r|l} 1 & 2 \\ \hline 2 & 10 \\ \hline & 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 1 & 20 \\ \hline 2 & 1 \\ \hline & 21 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 1 & 10 \\ \hline 2 & 2 \\ \hline & 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 1 & 4 \\ \hline 2 & 5 \\ \hline & \textcircled{9} \end{array}$$

$$2x^2 + 9x + 10 = (x + 2)(2x + 5)$$

平方根

① 定義 a の平方根 \Leftrightarrow 2乗(平方)すると a になる

$$\pm \sqrt{a}$$

② ルートの定義 $\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$ (ただし $a > 0$)

③ ルートの計算

$$\sqrt{a} + \sqrt{a} = 2\sqrt{a} \quad \text{例} \quad \sqrt{2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

$$m\sqrt{a} + n\sqrt{a} = (m+n)\sqrt{a} \quad \text{例} \quad 2\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$$

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab} \quad \text{例} \quad \sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6}$$

$$\begin{aligned} \times \left\{ \begin{aligned} (\sqrt{a} \times \sqrt{b})^2 &= \sqrt{a} \times \sqrt{b} \times \sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a^2} \times \sqrt{b^2} = ab \\ (\sqrt{ab})^2 &= \sqrt{ab^2} = ab \end{aligned} \right\} \end{aligned}$$

\times かけ算は最後

$$\begin{aligned} \text{例} \quad & \sqrt{b^2 + b^2 + b^2} \\ &= \sqrt{3 \times b^2} \\ &= 6\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \times \quad & \sqrt{b^2 + b^2 + b^2} \\ &= \sqrt{36 + 36 + 36} \\ &= \sqrt{108} \\ &= \sqrt{2^2 \times 3^3} \\ &= 2 \times 3\sqrt{3} \\ &= 6\sqrt{3} \end{aligned}$$

\times 指数が2以上 a ときは「2つづつ」

$$\begin{aligned} \sqrt{2^5} &= \sqrt{2^2} = \sqrt{2^2} \times \sqrt{2^2} \times \sqrt{2} = 2 \times 2 \times \sqrt{2} = 4\sqrt{2} \\ \sqrt{2^3 \times 3^5} &= \sqrt{2^2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{3^2} \times \sqrt{3^2} \times \sqrt{3} = 2 \times 3 \times 3 \times \sqrt{2} \times \sqrt{3} \\ &= 18\sqrt{6} \end{aligned}$$

④ 有理化

$$\frac{b}{\sqrt{a}} = \frac{b \times \sqrt{a}}{\sqrt{a} \times \sqrt{a}} = \frac{b\sqrt{a}}{a}$$

例 $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2 \times 3} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2^2 \times 3}}{2} = \frac{\cancel{2}\sqrt{3}}{\cancel{2}} = \sqrt{3}$

∴ $\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a}$

※ $\frac{c}{a + \sqrt{b}} = \frac{c(a - \sqrt{b})}{(a + \sqrt{b})(a - \sqrt{b})} = \frac{c(a - \sqrt{b})}{a^2 - b}$

例 $\frac{5}{2 + \sqrt{3}} = \frac{5(2 - \sqrt{3})}{(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})} = \frac{10 - 5\sqrt{3}}{2^2 - 3} = \frac{10 - 5\sqrt{3}}{-1} = -(10 - 5\sqrt{3})$

※ ルートの中は必ず正

⇓
√a が存在するときは, a > 0

⇓
√a > 0

2次方程式

① 因数分解

$$x\{x^2 + (a+b)x + ab\} = 0 \text{ ならば,}$$

$$(x+a)(x+b) = 0$$

$$\text{ゆえに } x+a=0 \text{ 又は } x+b=0$$

$$\text{よって } x = -a, -b$$

$$\text{例}_1 \quad 2x^2 + 2x - 12 = 0 \quad (\text{両辺を2で割る})$$

$$x^2 + x - 6 = 0 \quad (\text{因数分解})$$

$$(x+3)(x-2) = 0$$

$$x = -3, 2$$

$$\star \text{例}_2 \quad 3x^2 + 11x + 6 = 0 \quad (\text{たてきかた})$$

$$(3x+2)(x+3) = 0$$

$$x = -\frac{2}{3}, -3$$

② 解の公式.

(証明)

$$ax^2 + bx + c = 0 \text{ とすると,}$$

$$a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c = 0$$

$$\therefore \begin{cases} a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2 \text{ ①} \\ a^2 + 2ab = (a+b)^2 - b^2 \end{cases}$$

$$a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c = 0$$

$$a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a} - c$$

$$a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a}$$

((右辺を計算))

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

((両辺を a^2 で割る))

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right) = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

((平方根をとる))

$$x + \frac{b}{2a} = \frac{\pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

(($4a^2 = (2a)^2$))

$$x = \frac{\pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} - \frac{b}{2a}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

//

例 $2x^2 + 3x - 5 = 0$

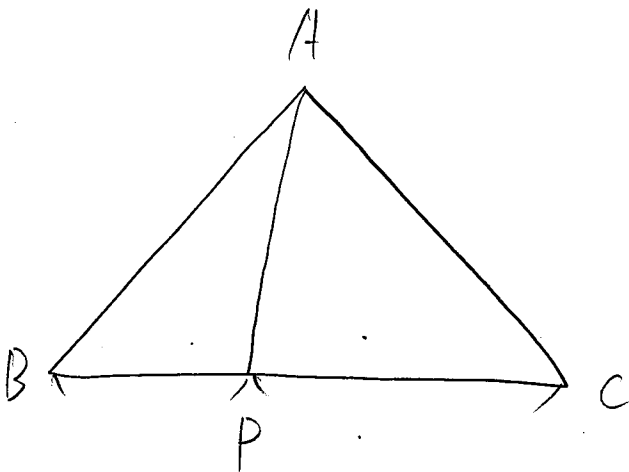
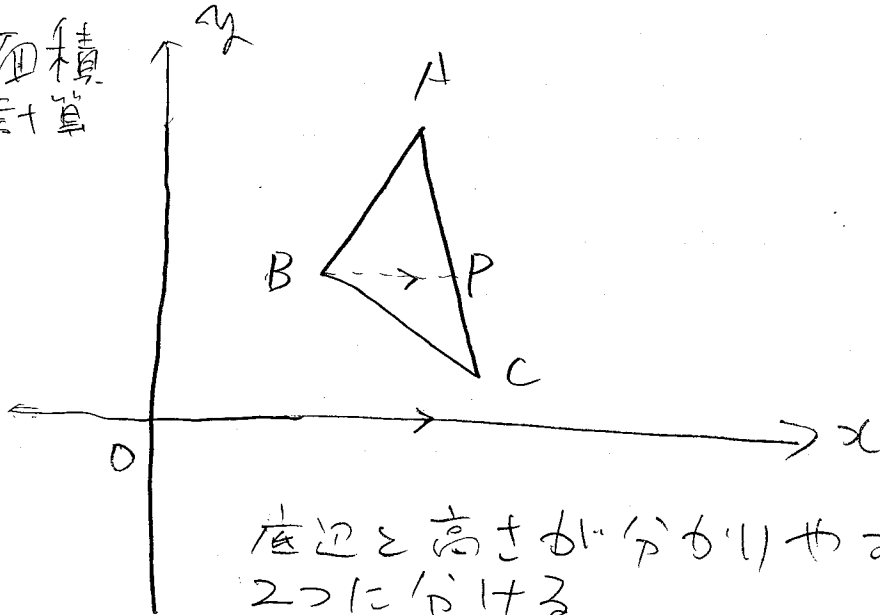
$\begin{matrix} \uparrow & & \uparrow & & \uparrow \\ a & & b & & c \end{matrix}$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 2 \times (-5)}}{2 \times 2} = \frac{-3 \pm \sqrt{49}}{4} = \frac{-3 \pm 7}{4}$$

//

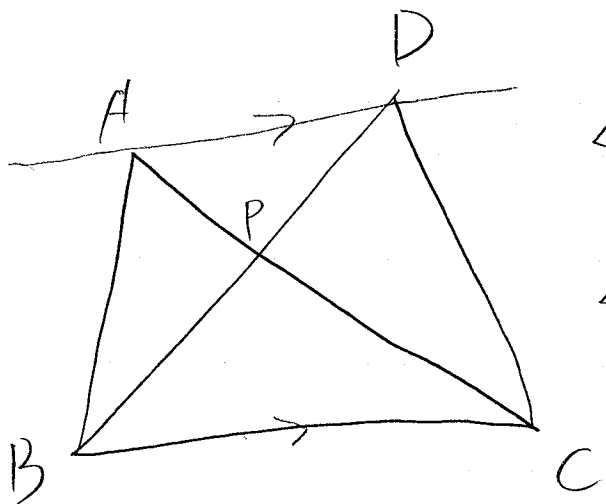
グラフと計算②

①面積計算



$$BP = PC = \Delta ABP = \Delta APC$$

② 面積比較



$$\triangle ABC = \triangle DBC$$

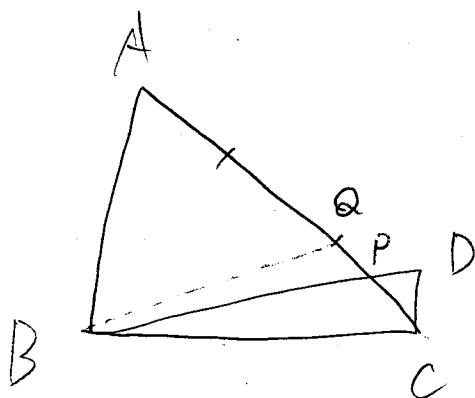


$$\triangle ABP = \triangle DPC$$

($\triangle PBC$ は共通部分)



$$AD \parallel BC$$



$$\triangle ABC = 3\triangle DBC$$

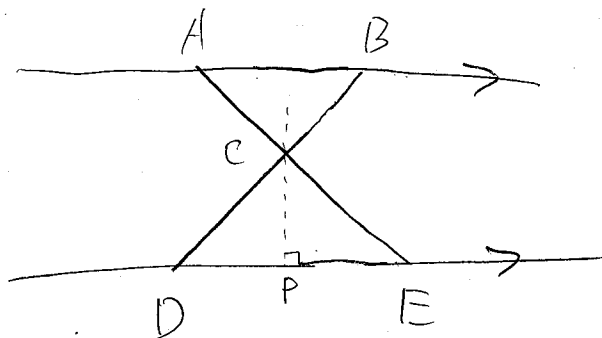


$$\triangle DBC = \triangle QBC$$

$$\therefore \triangle QBC = \frac{1}{3}\triangle ABC$$

$$(たゞし AC = 3QC)$$

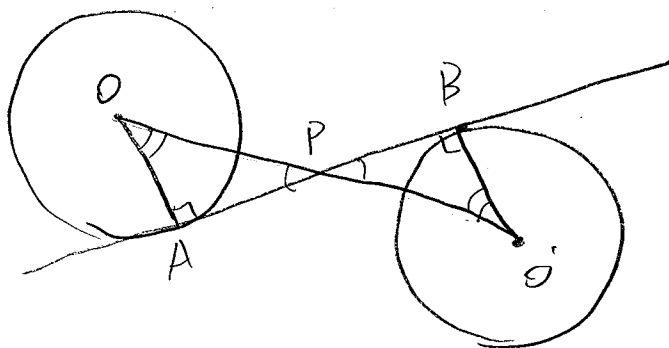
③ 平行線と相似



$$\triangle ABC \sim \triangle EDC$$

$$\begin{aligned} \text{QC: } CP &= AC : CE \\ &= BC : CD \\ &= AB : DE \end{aligned}$$

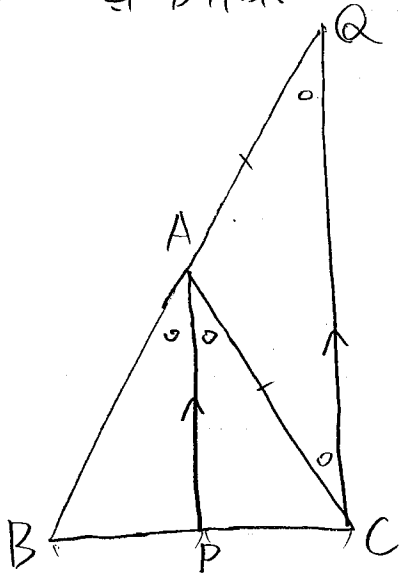
④ 共通接線



$$\begin{aligned} OO' &= OP + PO' \\ AB &= AP + PB \end{aligned}$$

$$\triangle APO \sim \triangle BPO'$$

⑤ 二等分線



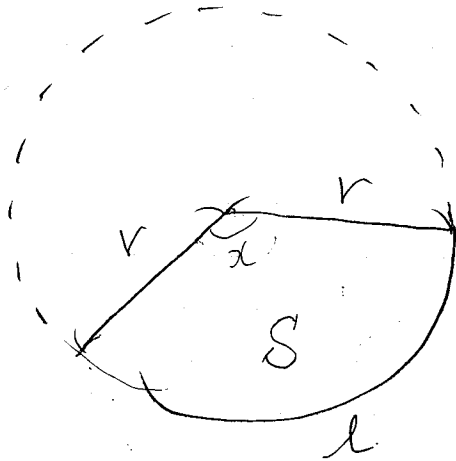
$$\begin{aligned} BP &= PC \\ &= BA:AQ \\ &= BA:AC \end{aligned}$$

$$\triangle ABP \sim \triangle QBC$$

$$\begin{aligned} &\text{by} \\ &AQ = AC \end{aligned}$$

おうぎ形

① 基本



円を $\frac{\alpha}{360}$ に切った
もの

$$\ast \frac{30}{360} = \frac{1}{12}$$

② 公式

$$l = \frac{2r \times \pi \times \frac{\alpha}{360}}{\substack{\uparrow \\ \text{円の円周}}} = \frac{2\pi r \alpha}{360} = \frac{\pi r \alpha}{180} \quad \#$$

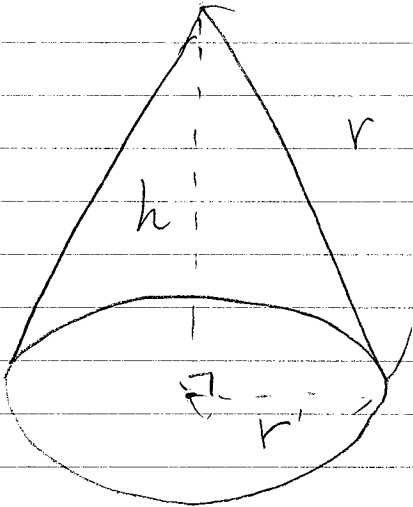
$$S = \frac{r \times r \times \pi \times \frac{\alpha}{360}}{\substack{\uparrow \\ \text{円の面積}}} = \frac{\pi r^2 \alpha}{360} \quad \#$$

⇓

$$S = \frac{lr}{2}$$

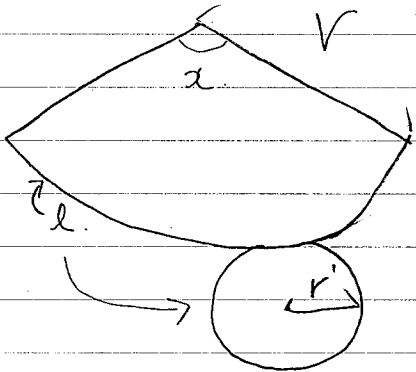
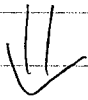
※ 底辺 l 、高さ r の三角形に近似

③ 円錐



$$\textcircled{\ast} r'^2 + h^2 = r^2 \quad (\text{三平方})$$

$$\textcircled{\ast} \text{体積} = \text{底面積} \times \text{高さ} \div 3 \\ = \frac{\pi r'^2 h}{3}$$



$$\textcircled{\ast} \text{表面積} = \text{底面積} + \text{側面積} \\ = \pi r'^2 + \frac{\pi r^2 \alpha}{360}$$

① おうき形の弧の長さ = 四角

$$\frac{2\pi r' \alpha}{360} = 2\pi r'$$

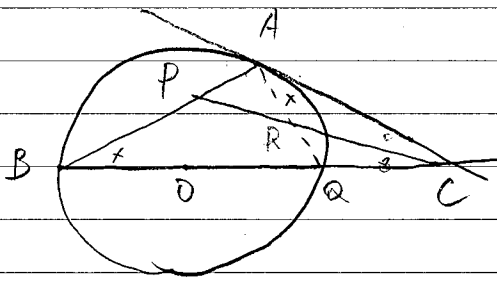
$$\frac{r \alpha}{360} = r'$$

② また,

$$\frac{r \alpha}{360} = r' \quad \text{より}$$

$$\alpha = \frac{r'}{r} \times 360$$

★ 角の二等分線・弦・接線



(Oを中心, Aを接線とすると
 $\angle BAQ = \angle 90^\circ$, $\angle CAQ = \angle ABC$)

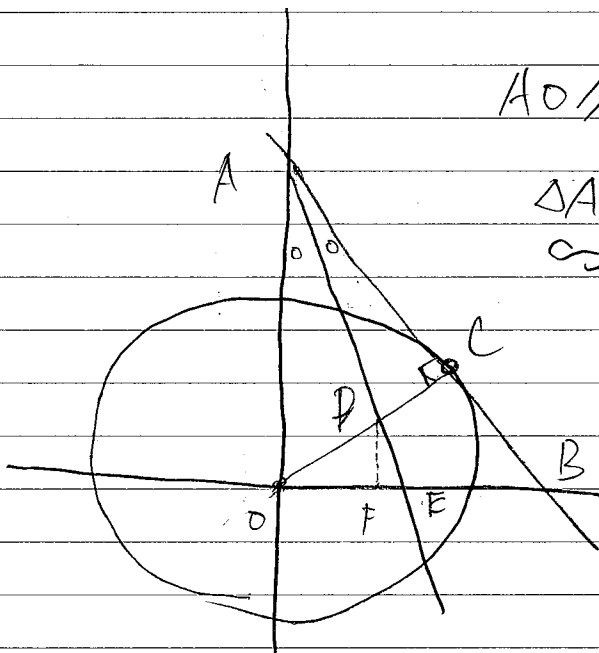
[$\angle BCP = \angle ACP$ ならば,]

(1) $\angle APR = \angle ARP (= \angle x + \angle z)$ より

$\triangle APR$ は直角二等辺三角形,

(2) $\triangle CAR \cong \triangle CPB$

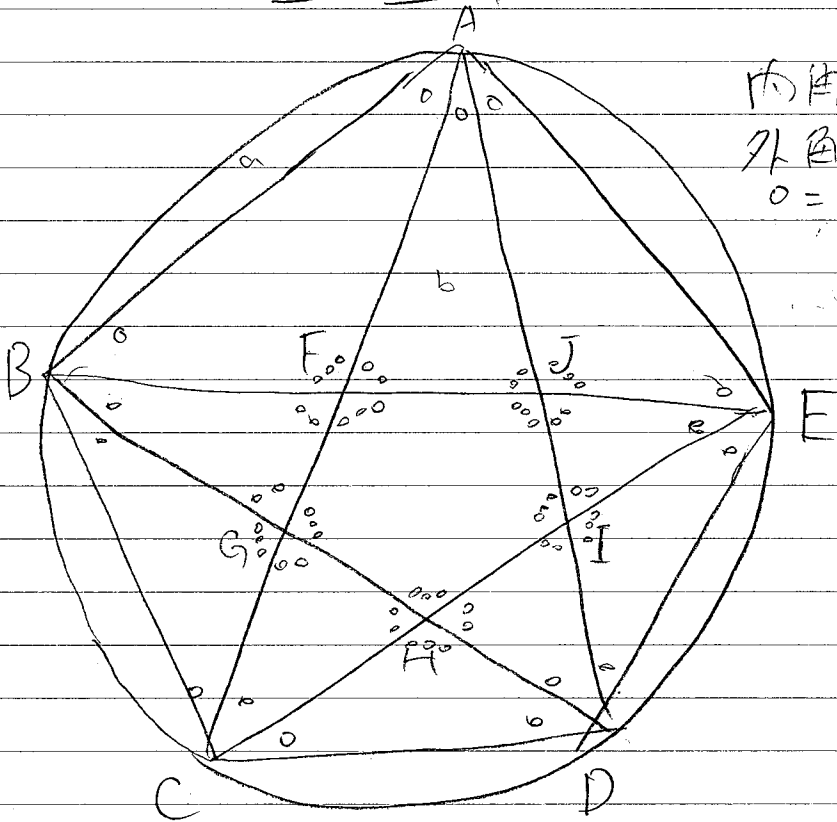
(3) (1)より, $\angle x + \angle z = 45^\circ$



$AO \parallel PF$ より

$\triangle AOB \cong \triangle AOC \cong \triangle COB$
 $\cong \triangle OPF$

正五角形



$$\text{内角} = 108^\circ$$

$$\text{外角} = 72^\circ$$

$$\theta = 36^\circ$$

(1) $AB = AE$ より $\triangle ABE$ は二等辺三角形で、

$$\angle ABE = \angle AEB = \frac{180 - \angle BAE}{2} = \frac{180 - 108}{2} = 36^\circ$$

よって $\angle ABCDE$ の中心角は 36°

(2) $AB = a$, $BF = b$ とすると、

$$\triangle ABE \sim \triangle HCD \quad (b:a), \quad BJ = a \quad (\triangle ABJ)$$

$$HC : AB = b - a : a = a : b \quad \text{より} \quad a^2 = b^2 - ab$$

$$\text{with } a^2 + ab - b^2 = 0, \quad a = \frac{-b \pm \sqrt{5b^2}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} b, \quad a > 0 \text{ より } a = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} b \quad \text{より}$$

正多角形

○ 一周 = 360°

↓

外角の和 = 360°

↓

一つの外角 = $\frac{360}{n}$

↓

一つの内角 = $\left(180 - \frac{360}{n}\right)^\circ$

○ 対角線の数 = 頂点の数 - 3 = $n - 3$

↓

$n - 2$ の三角形に分けらる

↓

内角の和 = $180(n - 2)$

○ 必ず円に内接する

割り算

① 剰余の公式

$$A \div B = C \text{ あまり } D \Leftrightarrow A = B \times C + D \quad (D < B)$$

$$\text{例, } 14 \div 5 = 2 \text{ あまり } 4 \Leftrightarrow 14 = 5 \times 2 + 4$$

$$\star \frac{14}{5} = 2 \frac{4}{5}$$

★② 文字式の割り算

たて式

$$\begin{array}{r} x^2 + 4x + 7 \\ (x-2) \overline{) x^3 + 2x^2 - x + 4} \\ \underline{x^3 - 2x^2} \end{array}$$

$$4x^2 - x$$

$$\underline{4x^2 - 8x}$$

$$7x + 4$$

$$\underline{7x - 14}$$

$$18$$

↓

$$(x^3 + 2x^2 - x + 4) \div (x - 2) = (x^2 + 4x + 7) \text{ あまり } 18$$

★③ $f(x) \div (x - a)$ の余り = $f(a)$ 例 $(x^3 + 2x^2 - x + 4) \div (x - 2)$ の余りは、

$$x^3 + 2x^2 - x + 4 \mid x = 2 \text{ を代入して}$$

$$2^3 + 2 \times 2^2 - 2 + 4 = 18$$

★ 確率, 場合の数

① $n!$ の定義: $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (n-2) \times (n-1) \times n$

例 $6! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6$ ただし $0! = 1$

② n 個の中から r 個を順番を気にしてとるとき

とけは, $nPr = \frac{n!}{(n-r)!}$ 通りある

例. それぞれに 5 の数字が書かれた 5 枚のカードから 2 枚
結んで引き, 先に引いたカードの数字を十の位, 後に引いた
カードの数字を一の位とする 2 けたの数は何通りあるか?

↓

5 枚の中から 2 枚を順番を気にして (たとえば, 21 と 12
を区別して) とる。

$${}_5P_2 = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{\overset{\text{!!}}{2 \times 3 \times 4 \times 5}}{\cancel{2 \times 3}} = 4 \times 5 = 20$$

(別解) 先に引くカードは, 5 枚の中から 1 枚引くので, 5 通り。
後に引くカードは, 1 枚入るので, 4 枚の中から 1 枚引
くことになり, 4 通り。ゆえに $4 \times 5 = 20$ 通り。

③ r 個のもののみ並べ方並べ方は $r!$ 通りある

例 ② で使ったカード 5 枚を全て並べて、5けたの整数を作ると、整数は何通り作れるか

↓

5個のものを並べる

↓

$$5! = 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120 \text{ 通り}$$

(別解1) 5枚から順番を気にして5枚とる

↓

$${}_5P_5 = \frac{5!}{0!} = 5! \text{ (以下同じ)}$$

(別解2) ②の別解と同様に解く(略)

④ n 個のものから r 個 順番を気にせずとる

$$\text{この場合は } nC_r = \frac{n!}{(n-r)! \times r!} \leftarrow nP_r \div r!$$

例 ② で使った 5枚のカードのうち 2枚を A君にプレゼントすることにした。A君に渡すカードの組合せは?

↓

5枚の中から順番を気にせず 2枚

↓

$${}_5C_2 = \frac{5!}{3!2!} = \frac{2 \times 3 \times 4 \times 5}{2 \times 3 \times 2} = 10 \text{ 通り}$$

(別解) $\begin{array}{l} \swarrow \\ 2 \\ \swarrow \\ 3 \\ \swarrow \\ 4 \\ \swarrow \\ 5 \end{array}$ $2 \leftarrow \begin{array}{l} 3 \\ 4 \\ 5 \end{array}$ $3 \leftarrow \begin{array}{l} 4 \\ 5 \end{array}$ $4 \leftarrow 5$ 樹形図より
 $1+2+3+4=10$ 通り

⑤ 確率の計算

i) 全部で a 通りのうち b 通り.

$$\Downarrow$$

$$\text{確率} = \frac{b}{a}$$

例 サイコロを $1 \rightarrow 3, 1 \rightarrow 7$ の倍音が出る確率.
$$\Downarrow$$
 例 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ の 6 通りのうち $\{3, 6\}$ の 2 通り

$$\Downarrow$$

$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

ii) a が $b \Rightarrow (a \text{ の確率}) \times (b \text{ の確率})$ 例 大小二つのサイコロを $1 \rightarrow 7$ 目を足すと 2 に なる確率
$$\Downarrow$$
 大きいサイコロが $1 \rightarrow \frac{1}{6}$ 小さいサイコロが $1 \rightarrow \frac{1}{6}$

$$\Downarrow$$

$$\frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

iii) a または $b \Rightarrow (a \text{ の確率}) + (b \text{ の確率})$ 例 サイコロを $1 \rightarrow 3, 1 \rightarrow 7$ が 5 に来る確率

$$\Downarrow$$

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

iv) A である確率 + A ではない確率 = 1

例 サイコロを1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 125, 126, 127, 128, 129, 130, 131, 132, 133, 134, 135, 136, 137, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148, 149, 150, 151, 152, 153, 154, 155, 156, 157, 158, 159, 160, 161, 162, 163, 164, 165, 166, 167, 168, 169, 170, 171, 172, 173, 174, 175, 176, 177, 178, 179, 180, 181, 182, 183, 184, 185, 186, 187, 188, 189, 190, 191, 192, 193, 194, 195, 196, 197, 198, 199, 200, 201, 202, 203, 204, 205, 206, 207, 208, 209, 210, 211, 212, 213, 214, 215, 216, 217, 218, 219, 220, 221, 222, 223, 224, 225, 226, 227, 228, 229, 230, 231, 232, 233, 234, 235, 236, 237, 238, 239, 240, 241, 242, 243, 244, 245, 246, 247, 248, 249, 250, 251, 252, 253, 254, 255, 256, 257, 258, 259, 260, 261, 262, 263, 264, 265, 266, 267, 268, 269, 270, 271, 272, 273, 274, 275, 276, 277, 278, 279, 280, 281, 282, 283, 284, 285, 286, 287, 288, 289, 290, 291, 292, 293, 294, 295, 296, 297, 298, 299, 300, 301, 302, 303, 304, 305, 306, 307, 308, 309, 310, 311, 312, 313, 314, 315, 316, 317, 318, 319, 320, 321, 322, 323, 324, 325, 326, 327, 328, 329, 330, 331, 332, 333, 334, 335, 336, 337, 338, 339, 340, 341, 342, 343, 344, 345, 346, 347, 348, 349, 350, 351, 352, 353, 354, 355, 356, 357, 358, 359, 360, 361, 362, 363, 364, 365, 366, 367, 368, 369, 370, 371, 372, 373, 374, 375, 376, 377, 378, 379, 380, 381, 382, 383, 384, 385, 386, 387, 388, 389, 390, 391, 392, 393, 394, 395, 396, 397, 398, 399, 400, 401, 402, 403, 404, 405, 406, 407, 408, 409, 410, 411, 412, 413, 414, 415, 416, 417, 418, 419, 420, 421, 422, 423, 424, 425, 426, 427, 428, 429, 430, 431, 432, 433, 434, 435, 436, 437, 438, 439, 440, 441, 442, 443, 444, 445, 446, 447, 448, 449, 450, 451, 452, 453, 454, 455, 456, 457, 458, 459, 460, 461, 462, 463, 464, 465, 466, 467, 468, 469, 470, 471, 472, 473, 474, 475, 476, 477, 478, 479, 480, 481, 482, 483, 484, 485, 486, 487, 488, 489, 490, 491, 492, 493, 494, 495, 496, 497, 498, 499, 500, 501, 502, 503, 504, 505, 506, 507, 508, 509, 510, 511, 512, 513, 514, 515, 516, 517, 518, 519, 520, 521, 522, 523, 524, 525, 526, 527, 528, 529, 530, 531, 532, 533, 534, 535, 536, 537, 538, 539, 540, 541, 542, 543, 544, 545, 546, 547, 548, 549, 550, 551, 552, 553, 554, 555, 556, 557, 558, 559, 560, 561, 562, 563, 564, 565, 566, 567, 568, 569, 570, 571, 572, 573, 574, 575, 576, 577, 578, 579, 580, 581, 582, 583, 584, 585, 586, 587, 588, 589, 590, 591, 592, 593, 594, 595, 596, 597, 598, 599, 600, 601, 602, 603, 604, 605, 606, 607, 608, 609, 610, 611, 612, 613, 614, 615, 616, 617, 618, 619, 620, 621, 622, 623, 624, 625, 626, 627, 628, 629, 630, 631, 632, 633, 634, 635, 636, 637, 638, 639, 640, 641, 642, 643, 644, 645, 646, 647, 648, 649, 650, 651, 652, 653, 654, 655, 656, 657, 658, 659, 660, 661, 662, 663, 664, 665, 666, 667, 668, 669, 670, 671, 672, 673, 674, 675, 676, 677, 678, 679, 680, 681, 682, 683, 684, 685, 686, 687, 688, 689, 690, 691, 692, 693, 694, 695, 696, 697, 698, 699, 700, 701, 702, 703, 704, 705, 706, 707, 708, 709, 710, 711, 712, 713, 714, 715, 716, 717, 718, 719, 720, 721, 722, 723, 724, 725, 726, 727, 728, 729, 730, 731, 732, 733, 734, 735, 736, 737, 738, 739, 740, 741, 742, 743, 744, 745, 746, 747, 748, 749, 750, 751, 752, 753, 754, 755, 756, 757, 758, 759, 760, 761, 762, 763, 764, 765, 766, 767, 768, 769, 770, 771, 772, 773, 774, 775, 776, 777, 778, 779, 780, 781, 782, 783, 784, 785, 786, 787, 788, 789, 790, 791, 792, 793, 794, 795, 796, 797, 798, 799, 800, 801, 802, 803, 804, 805, 806, 807, 808, 809, 810, 811, 812, 813, 814, 815, 816, 817, 818, 819, 820, 821, 822, 823, 824, 825, 826, 827, 828, 829, 830, 831, 832, 833, 834, 835, 836, 837, 838, 839, 840, 841, 842, 843, 844, 845, 846, 847, 848, 849, 850, 851, 852, 853, 854, 855, 856, 857, 858, 859, 860, 861, 862, 863, 864, 865, 866, 867, 868, 869, 870, 871, 872, 873, 874, 875, 876, 877, 878, 879, 880, 881, 882, 883, 884, 885, 886, 887, 888, 889, 890, 891, 892, 893, 894, 895, 896, 897, 898, 899, 900, 901, 902, 903, 904, 905, 906, 907, 908, 909, 910, 911, 912, 913, 914, 915, 916, 917, 918, 919, 920, 921, 922, 923, 924, 925, 926, 927, 928, 929, 930, 931, 932, 933, 934, 935, 936, 937, 938, 939, 940, 941, 942, 943, 944, 945, 946, 947, 948, 949, 950, 951, 952, 953, 954, 955, 956, 957, 958, 959, 960, 961, 962, 963, 964, 965, 966, 967, 968, 969, 970, 971, 972, 973, 974, 975, 976, 977, 978, 979, 980, 981, 982, 983, 984, 985, 986, 987, 988, 989, 990, 991, 992, 993, 994, 995, 996, 997, 998, 999, 1000

↓

{2, 4, 6} の確率 + {1, 3, 5} の確率

↓

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

☆ ☆ A ではない確率 = $1 - A$ である確率

真之七おくへきこと

$$\begin{array}{cccccc}
 1^2 = 1, & 2^2 = 4, & 3^2 = 9, & 4^2 = 16, & 5^2 = 25 \\
 \downarrow +3 & \downarrow +5 & \downarrow +7 & \downarrow +9 & \\
 6^2 = 36, & 7^2 = 49, & 8^2 = 64, & 9^2 = 81, & 10^2 = 100 \\
 \downarrow +13 & \downarrow +15 & \downarrow +17 & \downarrow +19 & \\
 11^2 = 121, & \boxed{12^2 = 144}, & 13^2 = 169, & 14^2 = 196 \\
 15^2 = 225, & 16^2 = 256
 \end{array}$$

$$2^2 = 4, \quad 2^3 = 8, \quad 2^4 = 16 = 4^2, \quad 2^5 = 32$$

$$2^6 = 64 = 8^2 = 4^3, \quad 2^7 = 128, \quad 2^8 = 256 = 4^4 = 16^2$$

$$2^9 = 512, \quad 2^{10} = 1024 = 4^5 = 32^2$$

$$3^2 = 9, \quad 3^3 = 27, \quad 3^4 = 81 = 9^2, \quad 3^5 = 243$$

$$3^6 = 729 = 27^2 = 9^3$$

$$5^2 = 25, \quad 5^3 = 125, \quad 5^4 = 625 = 25^2$$

$$12 \times 1 = 1, \quad 12 \times 2 = 24, \quad 12 \times 3 = 36, \quad 12 \times 4 = 48$$

$$12 \times 5 = 60, \quad 12 \times 6 = 72, \quad 12 \times 7 = 84, \quad 12 \times 8 = 96$$

$$12 \times 9 = 108, \quad 12 \times 10 = 120, \quad 12 \times 11 = 132, \quad 12 \times 12 = 144$$

$$12 = 2^2 \times 3$$